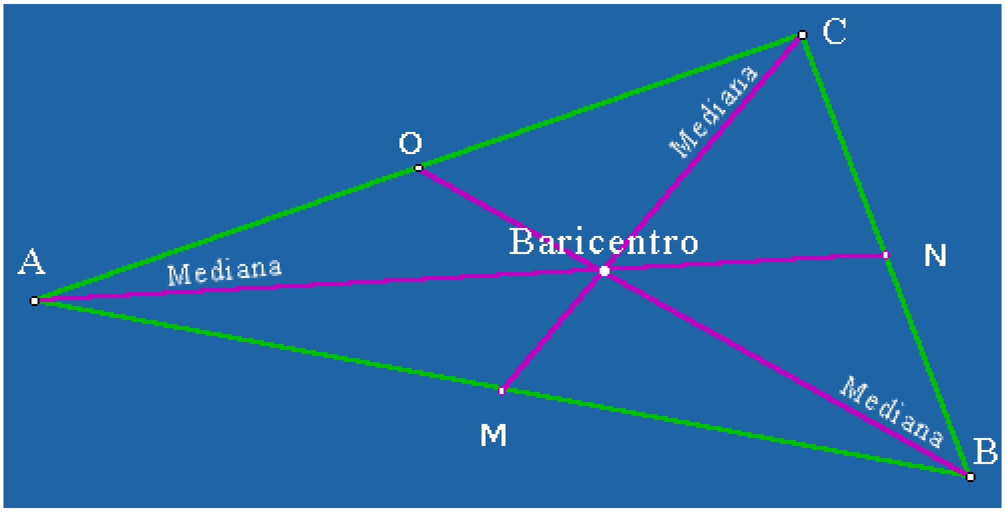
Calcula en el triángulo A(2, 3) ; B(6, 9) ; C (8, 1):

1) Ecuaciones de las medianas y coordenadas del baricentro

Mediana: recta que pasa por el punto medio de una lado y por el vértice opuesto



Punto medio del lado AB: $M\left(\frac{6+2}{2}, \frac{3+9}{2}\right) = (4, 6)$

Vector: $\overrightarrow{MC} = (8-4, 1-6) = (4, -5)$

Mediana: $\frac{x-4}{4} = \frac{y-6}{-5}$

En forma general $5x + 4y - 44 = 0$

Punto medio del lado BC: $N\left(\frac{6+8}{2}, \frac{9+1}{2}\right) = (7, 5)$

Vector $\overrightarrow{AN} = (7-2, 5-3) = (5, 2)$

Mediana: $\frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{2}$

En forma general $2x - 5y + 11 = 0$

Punto medio del lado AC: $O\left(\frac{8+2}{2},\frac{1+3}{2}\right)=(5,2)$

Vector $\overrightarrow{OB}=(6-5,9-2)=(1,7)$

Mediana $\frac{x-5}{=}\frac{y-2}{7}$

En forma explicita $y=7x-33$

Para calcular el baricentro resolvemos el sistema formado por dos de las medianas:

$2x-5y+11=0$

$y=7x-33$

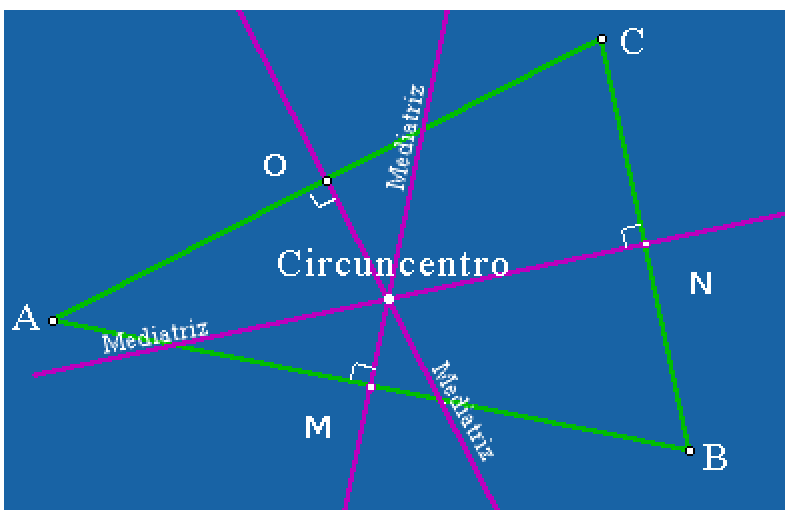
Por sustitución $2x-5(7x-33)+11=0$. Despejando $x=\frac{16}{3}$

$y=7\cdot\frac{16}{3}-33=\frac{13}{3}$

El baricentro $\left(\frac{16}{3},\frac{13}{3}\right)$

2) Ecuaciones de las mediatrices y coordenadas del circuncentro

Mediatriz: recta perpendicular a un lado que pasa por su punto medio



Los puntos medios M, N y O ya los hemos calculado. Calculamos los vectores de los lados para sacar la pendiente de la perpendicular.

Vector $\overrightarrow{AB} = (6-2, 9-3) = (4, 6)$

Pendiente $m = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Pendiente de la perpendicular $m_p = -\frac{2}{3}$

Mediatriz $y - 6 = -\frac{2}{3}(x - 4)$

———————————————————-

Vector $\overrightarrow{AC} = (8-2, 1-3) = (6, -2)$

Pendiente $m = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$

Pendiente de la perpendicular $m_p = 3$

Mediatriz: $y - 2 = 3(x - 5)$

———————————————————

Vector $\overrightarrow{BC} = (8-6, 1-9) = (2, -8)$

Pendiente $m = \frac{-8}{2} = -4$

Pendiente de la perpendicular $m_p = \frac{1}{4}$

ediatriz: $y - 5 = \frac{1}{4}(x - 7)$

——————————————————-

Para calcular el circuncentro resolvemos el sistema formado por dos de las mediatrices

$y - 2 = 3(x - 5)$

$$y - 5 = \frac{1}{4}(x - 7)$$

Despejamos *y* en la primera y sustituimos en la segunda:

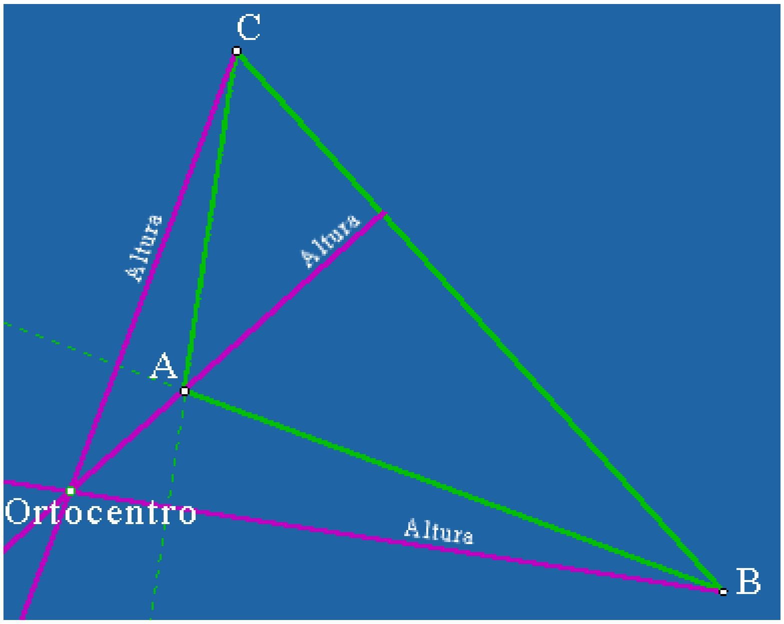
$$4(3x - 13) - 20 = x - 7$$

$x = \dfrac{65}{11}$; $y = \dfrac{52}{11}$

El circuncentro $\left(\dfrac{65}{11}, \dfrac{52}{11}\right)$

3) Ecuaciones de las alturas y coordenadas del ortocentro

Altura : recta perpendicular a un lado que pasa por el vértice opuesto



En el apartado anterior ya hemos calculado la pendiente de las rectas perperndiculares a los lados por lo que directamente, podemos escribir las ecuaciones de las alturas:

Altura respecto al lado AB: recta perpendicular al lado AB que pasa por C (8, 1):

$$y - 1 = -\frac{2}{3}(x - 8)$$

Altura respecto al lado AC: recta recta perpendicular al lado AC que pasa por B(6, 9):

$$y - 9 = 3(x - 6)$$

Altura respecto al lado BC: recta recta perpendicular al lado BC que pasa por A(2, 3):

$$y - 3 = \frac{1}{4}(x - 2)$$

El ortocentro de calcula mediante la intersección de dos de las alturas:

$$y - 9 = 3(x - 6)$$

$$y - 3 = \frac{1}{4}(x - 2)$$

Despejamos *y* en la primera y sustituimos en la segunda: $y = 3x - 9$;

$$4(3x - 9) - 12 - x + 2 = 0$$

$$x = \frac{46}{11}$$

$$y = 3 \cdot \frac{46}{11} - 9 = \frac{39}{11}$$

El ortocentro: $\left(\frac{46}{11}, \frac{39}{11}\right)$